CATATAN KULIAH

Pertemuan I: Pengenalan Matematika Ekonomi dan Bisnis

A. Sifat-sifat Matematika Ekonomi

1. Perbedaan Matematika vs. Nonmamatematika Ekonomi
    - Keuntungan pendekatan matematika dalam ilmu ekonomi
        - Ketepatan (Precise), Keringkasan (concise)
        - Memaksa pernyataan asumsi-asumsi dengan jelas
        - Menarik kesimpulan / dalil dari asumsi yang digunakan melalui Penalaran Deduksi
        - Memungkinkan pembahasan kasus n-variabel
    - Matematika sebagai Bahasa dari Logika
        - Memudahkan proses logika (deduksi/induksi)
        - Dengan matematika dapat memperluas Logika deduksi
        - Mampu mengambil esensi dari realitas dengan alat matematika
    - Kekurangan : Terlalu kaku dan terlalu menyederhanakan realitas dengan teori. (Realitas → Teori)

2. Perbedaan Matematika Ekonomi vs. Ekonometrik
    - Deduksi vs. induksi
        - Deduksi: dari umum ke spesifik → Matematika Ekonomi
        - Induksi: dari spesifik ke umum → Ekonometrik
    - Kekurangan deduksi:
        - Tergantung ketepatan asumsi awalnya
    - Kekurangan induksi:
        - Kebenaran dari hasil akhirnya berupa probabilitas
    - Paradoks Hume:
        - Bukan deduksi atau induksi yang menuju Kebenaran
        - Maka gunakan keduanya: masing-masing digunakan bersama untuk saling mengkoreksi satu dengan yang lain.

B. Model-model Ekonomi

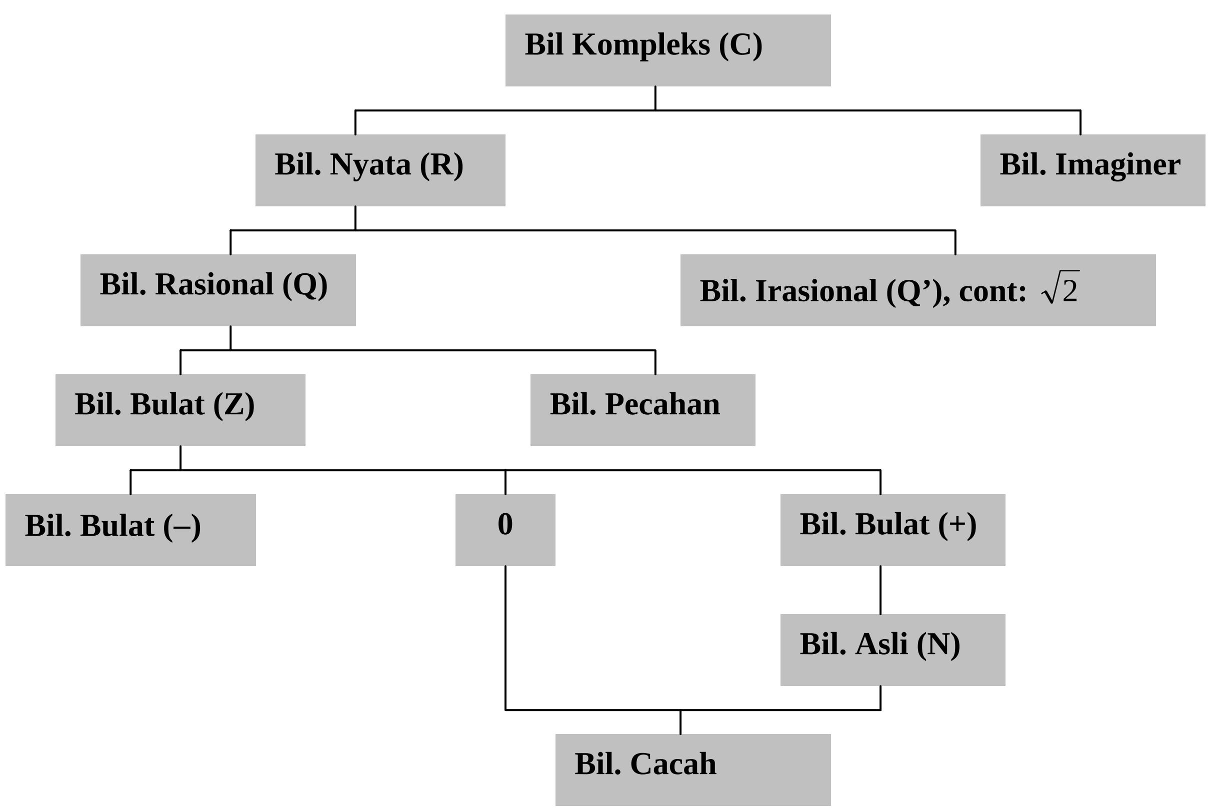
1. Unsur-unsur dalam Model Matematis

    - Variabel, Konstanta, Parameter dan Koefisien
    - Persamaan → identitas, kondisi ekuilibrium dan persamaan perilaku.
    - Contoh:

- $\pi \equiv TR - TC$ (identitas atau definisi)
- Qd = Qs (Kondisi ekuilibrium)
- Y = 6 + b X0 (Persamaan perilaku)
- Y: variabel endogen → diperoleh dari dalam
- X0: variabel eksogen → diperoleh dari luar
- 6: Konstanta
- b: Parameter dan koefisien dari variabel eksogen X0

B. Sistem Bilangan Real

- Bilangan real → digambarkan dengan **garis bilangan** yang mengandung bilangan +, -, dan 0, serta bersifat kontinu. Disimbolkan dengan **R**, dan terdiri dari:
  - Bilangan Rasional
    - Pecahan: dapat dinyatakan sebagai pembagian dua bilangan bulat
    - Bilangan Bulat: bilangan yang utuh
  - Bilangan Irasional
    - Bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai pembagian dua bilangan bulat, contohnya akar 2, pi.
- Perkembangan sistem bilangan dimulai dari yang paling sederhana yaitu bilangan Asli sampai ke bilangan Imajiner, merupakan perkembangan dari pemikiran peradaban manusia itu sendiri. Sketsanya di bawah ini:



C. Konsep Himpunan

- Definisi Himpunan: Kumpulan dari sembarang objek yang didefinisikan.
    - Notasi Himpunan = huruf besar, ex; A, B, ……
    - Notasi Elemen / anggota = huruf kecil ex; a, b, ……
    - Notasi Keanggotaan $\in$
    - Contoh: Himpunan A= {i,…,n} maka elemen i $\in$ A

- Hubungan antar Himpunan-himpunan
    - Himpunan Bagian
      $\Longrightarrow$ A adalah himpunan bagian dari B, dinotasikan sebagai $A \subset B$ dan dinyatakan sebagai:
      $A \subset B = \{ x \,/\, \forall x \in A,\ x \in B \}$
      Contoh: A = { 1,2,3 } , B = { 3,2 } maka $B \subset A$
    - Jumlah Himpunan Bagian=2^N, N: jumlah anggota himpunan. Misalnya anggota himpunan A = 3, maka himpunan bagiannya = 2^3 = 8
    - Himpunan kosong :himpunan tanpa anggota.
      Notasi = $\{\ \}$ atau $\varnothing$
    - Himpunan Semesta :himpunan dari semua anggota.
      Notasi = S

- Operasi himpunan
  1. $A \cup B = \{ x \,/\, x \in A \text{ atau } x \in B \}$
  2. $A \cap B = \{ x \,/\, x \in A \text{ dan } x \in B \}$
  3. $A - B = \{ x \,/\, x \in A, \text{ tetapi } x \notin B \}$
  4. $A^c = \{ x \,/\, x \notin A, \text{ tetapi } x \in S \}$
    - Contoh :
      A = { 5,6,7 }
      B = { 1,2,3 }
      Maka $A - B = \{ 5,6,7 \}$

- Dalil dalam Operasi himpunan
    1. Hukum Komutatif: $A \cup B = B \cup A$ dan $A \cap B = B \cap A$
    2. Hukum Assosiatif: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
    3. Hukum Distributif: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
       dan $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Contoh:

- Model Permintaan dan Penawaran (demand supply model) dapat disajikan dalam bentuk himpunan sebagai pasangan berurut (ordered pair → definisi ini dilihat pada bagian Fungsi)

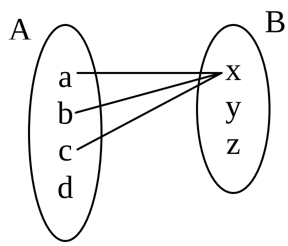
- $D = \{(P,Q) | \quad Q = \alpha - \beta P\}$ → berupa garis lurus
- $S = \{(P,Q) | \quad Q = \gamma + dP\}$ → berupa garis lurus
- $D \cap S = (\overline{P}, \overline{Q})$ → perpotongan berupa titik

Keterangan notasi:
$\nexists$: tidak ada
$\exists$: ada
$\forall$: untuk setiap

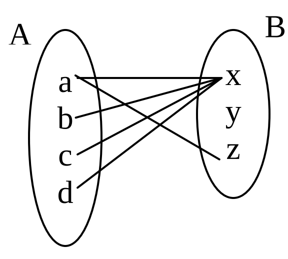
D. Himpunan dan Fungsi

- Pasangan berurut (ordered pairs): (a,b) ≠ (b,a)
  Hal ini berbeda dengan definisi himpunan di mana {a,b} = {b,a}
- Hasilkali Kartesian (Cartesian Product):
  $X \times Y = \{ (a,b)\ a \in X \text{ dan } b \in Y\}$
  Contoh: X = {1,2}; Y = {3,4} ;
  maka Hasilkali Kartesian X × Y = { (1,3) (1,4) (2,3) (2,4) }

- **Hubungan** (relation): pasangan berurut (x, y) yang bersifat sembarang nilai x dapat menentukan lebih dari satu nilai y
- **Fungsi** (function): pasangan berurut (x, y) yang bersifat sembarang nilai x dapat menentukan HANYA satu nilai y. Fungsi dinotasikan sebagai f: x → y
- Catatan: Hubungan belum tentu fungsi, fungsi pasti hubungan !
  Contoh yang **bukan** fungsi:



Fungsi: Sebelah kiri (domain) harus habis. Ini juga bukan Hubungan.



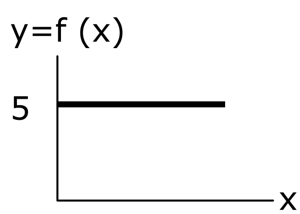
Fungsi: tidak boleh punya 2 pasangan. Ini merupakan Hubungan.

Penulisan Fungsi secara umum:

- y = *f* (x)
- y adalah variabel terikat (dependent variable) → gambaran (image) dari nilai x.
- Himpunan semua gambaran disebut kisaran (range), digambarkan sebagai sumbu vertikal.
- *f* adalah fungsi atau aturan pemetaan (mapping) nilai x menjadi hanya satu nilai y.
- x adalah variabel bebas (independent variable)
- Himpunan semua nilai x disebut daerah asal (domain), digambarkan sebagai sumbu horizontal.

E. Tipe-tipe Fungsi

- Fungsi Konstan: y = f (x) = k, k$\in$R
  Contoh : y = f (x) = 5

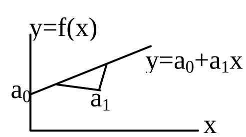


- Fungsi Polinom (suku banyak)

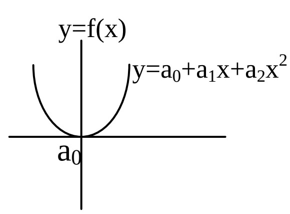
  Bentuk umum: $y = f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i . x^i$

  $n = 0 \longrightarrow y = f(x) = a_0 x^0 = a_0 \longrightarrow$ fungsi konstan (berderajat 0)

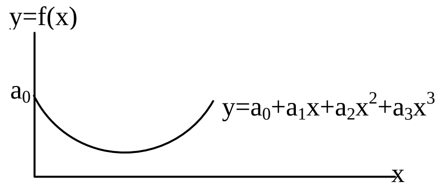
  $n = 1 \longrightarrow y = f(x) = a_0 + a_1 x^1 \longrightarrow$ f. linear (f. polinom berderajat 1)



  $n = 2 \longrightarrow y = f(x) = a_0 + a_1 + a_2 x^2$



  $n = 3 \longrightarrow y = f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$



- Fungsi Rasional : pembagian fungsi polinom

  Contoh: $y = f(x) = \dfrac{x-1}{x+2x+1}$
- Fungsi Non-Aljabar (Fungsi transenden)
  - o $y = a^x$ (fungsi eksponensial)
  - o $y = \ln_b(x)$ (fungsi logaritma)

Penyimpangan Eksponen

- **Dalil Eksponen:** $X^n = (X \times X \times X \times \ldots \times X)$ n kali
  1. Dalil I: $X^m \times X^n = X^{m+n}$
  2. Dalil II: $\dfrac{X_m}{X_n} = X^{m-n}$
  3. Dalil III: $X^{-n} = \dfrac{1}{X^n}$
  4. Dalil IV: $X^0 = 1$
  5. Dalil V: $X^{1/n} = \sqrt[n]{X}$
  6. Dalil VI: $(X^m)^n = X^{mn}$
  7. Dalil VII: $X^m \times Y^m = (XY)^m$

Sifat-sifat fungsi:

- Sebuah fungsi NAIK jika:

  $f(x_B) \geq f(x_A)$ untuk $x_B > x_A$
- Sebuah fungsi SELALU NAIK jika:

  $f(x_B) > f(x_A)$ untuk $x_B > x_A$
- Sebuah fungsi TURUN jika:

  $f(x_B) \leq f(x_A)$ untuk $x_B > x_A$
- Sebuah fungsi SELALU TURUN jika:

  $f(x_B) < f(x_A)$ untuk $x_B > x_A$

F. Fungsi dari Dua atau Lebih Variabel Bebas

- $y = f(x)$
- $y = f(x, z)$ → dua variabel bebas (3 dimensi)
- $y = f(w,x,z)$ → tiga variabel bebas (hypersurface)

G. Tingkat Generalitas

- Fungsi spesifik 1: bentuk spesifik dan parameter spesifik
  - $y = 10 - 5x$
- Fungsi spesifik 2: bentuk spesifik dan parameter umum
  - $y = a - bx$

- Fungsi umum: bentuk umum dan tanpa parameter
    - $y = f(x)$
    - f memetakan x ke hanya satu nilai y

LATIHAN:

1. Dalam teori perusahaan, para ekonom mempertimbangkan biaya total C sebagai fungsi dari tingkat output Q: $C=f(Q)$

    A. Menurut definisi fungsi, akah setiap angka biaya berkaitan dengan tingkat output yang unik?

    B. Apakah setiap tingkat output (Q) menentukan angka biaya yang unik?

    C. Jika $C=5+3Q$ di mana $\{Q|1 \leq Q \leq 9\}$, carilah range dari fungsi dan nyatakan dalam bentuk himpunan!